

Пример 1.1 Эпюра продольных сил при центральном растяжении-сжатии

На рис. 1 изображен брус, нагруженный сосредоточенными силами P , $P_1=12$ кН и равномерно распределенной нагрузкой с интенсивностью $q_z=4$ кН/м. Силу P надо определить из условия, что вся система внешних сил находится в равновесии. Требуется построить эпюру внутренних продольных сил N .

Кроме общей системы координат всего стержня $0 - z$ для отдельных его участков введем местные системы $0_1 - z_1$, $0_2 - z_2$ и $0_3 - z_3$ в целях удобства записи уравнений.

Найдем силу P : $\sum Z = 0$; $\rightarrow q_z \cdot 2a - P_1 - P = 0$, или $4 \cdot 4 - 12 - P = 0$, $\rightarrow P = 16 - 12 = 4$ кН.

При определении внутренних сил используем метод сечений.

Участок 1. Сечением 1-1, положение которого определим координатой z_1 , разрежем стержень на две части и рассмотрим, как более простую, левую отсеченную часть (рис. 2).

В центре сечения s_1 прикладываем неизвестную внутреннюю силу N_1 , которую считаем (предполагаем) положительной, то есть растягивающей и направленной от сечения 1-1 вправо. Она выражает взаимодействие левой и правой частей стержня, передаваемое через сечение 1-1. Величину и действительный знак N_1 найдем из условия равновесия отсеченной части стержня:

$$\sum_{\text{отсеч}} Z_1 = 0; \rightarrow N_1 - q_z \cdot z_1 = 0, \rightarrow N_1 = q_z \cdot z_1 = 4z_1; (0 \leq z_1 \leq 2)$$

Формула для $N_1(z_1)$ выражает уравнение прямой, которую строим по двум точкам:

$$z_1 = 0 \rightarrow N_1(0) = 0; \quad z_1 = 2 \rightarrow N_1(2) = 8 \text{ кН.}$$

По этим точкам построена прямая на участке 1 (рис. 5). Аналогично поступаем с участками стержня 2 и 3.

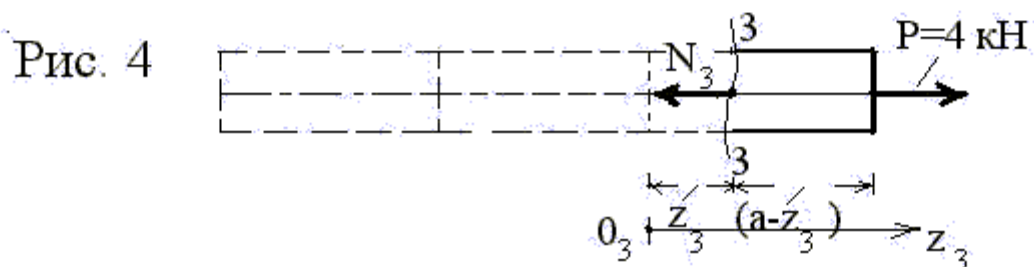
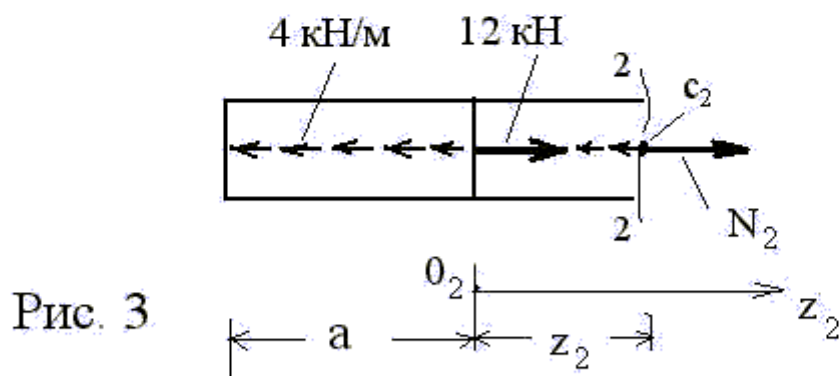
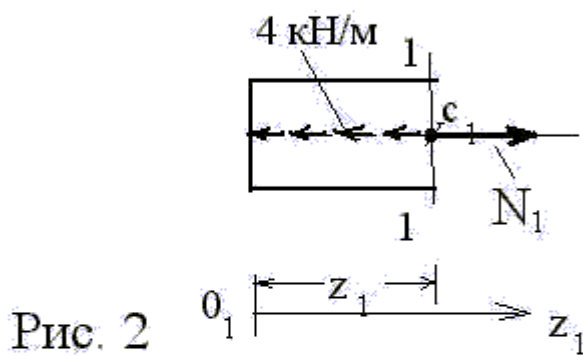
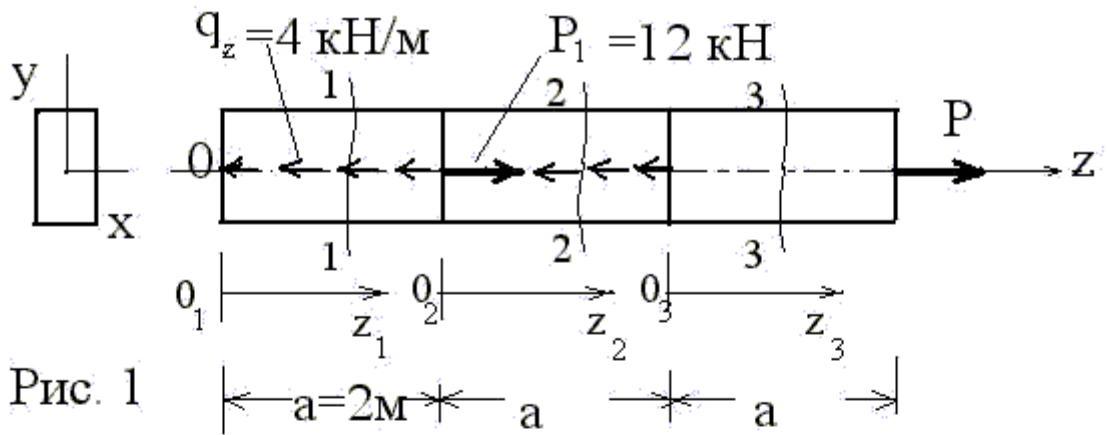
Участок 2 (рис. 3):

$$\sum_{\text{отсеч}} Z_2 = 0; \rightarrow N_2 - q_z \cdot (a + z_2) + P_1 = 0, \text{ или } N_2 = q_z \cdot (a + z_2) - P_1 = 4 \cdot (2 + z_2) - 12; \\ (0 \leq z_2 \leq 2)$$

$$z_2 = 0, \quad N_2(0) = 8 - 12 = -4 \text{ кН;}$$

$$z_2 = 2, \quad N_2(2) = 16 - 12 = 4 \text{ кН.}$$

Участок эпюры $N_2(z_2)$ см. на рис. 5.



Участок 3. Рассмотрим, как более простую, правую отсеченную часть (рис.4). По-прежнему считаем внутреннюю силу $N_3 > 0$, то есть растягивающей и потому направленной от сечения. Поэтому вектор N_3 , приложенный к правой отсеченной части, будет направлен влево.

$$\sum_{\text{отсеч}} Z_3 = 0; \quad -N_3 + P = 0 \rightarrow N_3 = P = 4 \text{ кН}, \quad (0 \leq z_3 \leq 2)$$

Функция $N_3(z_3) = \text{const}$ и на длине третьего участка изображается горизонтальной линией с ординатой $+4 \text{ кН}$ (рис. 5).

Окончательная эпюра продольной силы вместе со схемой стержня и его нагрузкой показана на рисунке 5.

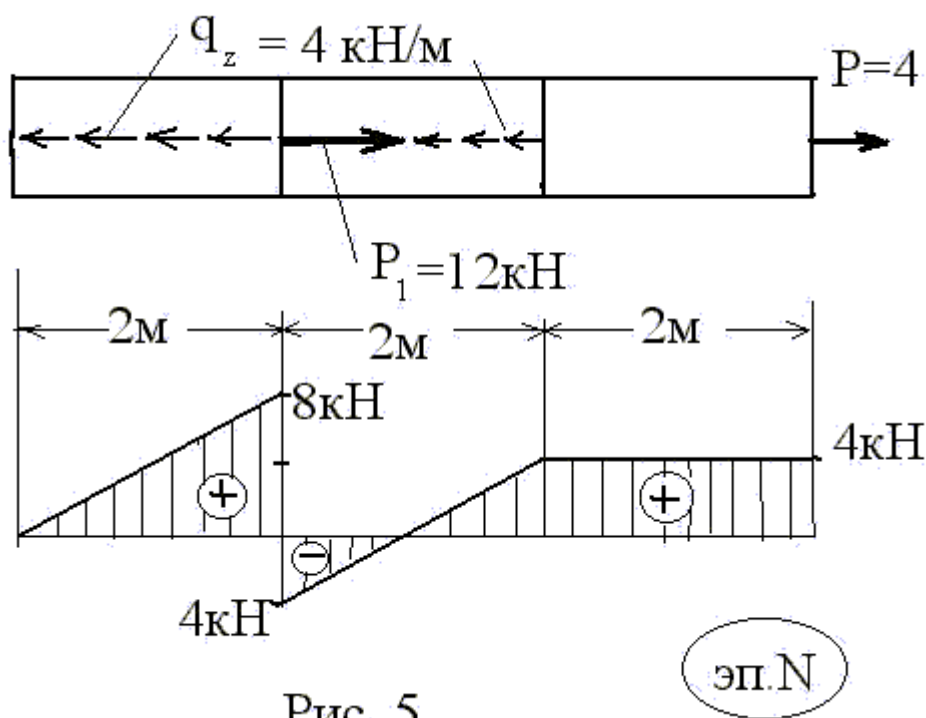


Рис. 5

В точке приложения внешней сосредоточенной силы P_1 функция $N(z)$ имеет разрыв первого рода, обычно называемый «скачком». Ордината 8 кН относится к сечению, бесконечно близкому слева от точки приложения P_1 , а ордината $(-4) \text{ кН}$ - справа. Абсолютное значение скачка будет $(-4) - 8 = -12 \text{ кН}$. Численно оно равно внешней сосредоточенной силе $P_1 = 12 \text{ кН}$. Аналогичный скачек $(-4) \text{ кН}$ имеется и в точке приложения силы $P = 4 \text{ кН}$. По скачкам удобно делать качественную проверку правильности построенной эпюры.